

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия – раздел математики, изучающий *теорию методов отображения пространств различных структур и размерностей друг на друга*. В начертательной геометрии как учебной дисциплине рассматриваются *теоретические основы методов отображения трехмерного пространства на плоскость*.

Все многообразие плоских и пространственных геометрических фигур и отношения между ними составляют предмет начертательной геометрии. Различают позиционные (принадлежность, пересечение, параллельность) и метрические (расстояние, угол) отношения между фигурами.

В учебном курсе начертательной геометрии решаются две основные задачи. Первая задача (ее называют прямой задачей начертательной геометрии) – *построение изображения пространственной фигуры на плоскости*. Вторая задача (обратная задача начертательной геометрии) – *определение формы и размеров пространственной фигуры по ее плоскому изображению*.

Для решения обратной задачи пригодно не всякое изображение. Например, рисунок геометрической фигуры (призмы, конуса и др.), сделанный школьником на уроке рисования, является плоским изображением пространственной фигуры. Но рисунок дает лишь общее представление о фигуре, не позволяя определить ее истинную форму и размеры. Такое изображение не обладает *свойством обратимости*.

Если с помощью плоского изображения пространственной фигуры можно решить обратную задачу начертательной геометрии (определить истинную форму и размеры фигуры), то говорят, что изображение обладает свойством обратимости. Изображение пространственной фигуры, обладающее свойством обратимости, называют *чертежом*.

Основные задачи учебного курса начертательной геометрии впервые сформулировал Г. Монж [1]:

- 1) “...дать методы для изображения на листе чертежа, ... любых тел природы...”,
- 2) “...дать способ на основании точного изображения определять формы тел и выводить все закономерности, вытекающие из их формы и их взаимного расположения”.

Кроме построения плоских изображений пространственных фигур и определения размеров фигуры по ее обратимому изображению, в курсе начертательной геометрии рассматриваются разнообразные задачи, которые условно разделяют на позиционные, метрические и комбинированные.

Позиционными называют задачи, в которых требуется определить взаимное положение (принадлежность, параллельность, пересечение) двух или более фигур, заданных на чертеже. Например, если на чертеже заданы две пересекающиеся поверхности, то определяют линию их пересечения.

Метрическими называют задачи, в которых требуется найти линейные и угловые размеры данной фигуры или определить метрические свойства, обусловленные взаимным положением двух и более фигур (углы между прямыми и плоскостями, расстояние между фигурами и т.д.).

Комбинированными называют геометрические задачи, в которых содержатся как позиционные, так и метрические условия.

Таким образом, *в курсе начертательной геометрии изучают как теоретические основы построения изображений, так и способы графического решения пространственных задач при помощи этих изображений*.

Теория построения плоских изображений пространственных фигур, разработанная Г. Монжем, сохраняет свой геометрический характер при переходе к многомерным пространствам. В лекции 15 рассмотрен конструктивный способ отображения четырехмерного пространства на плоскость с помощью обобщенного чертежа Монжа.

Принятые обозначения

1. Точки обозначаются заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C, D, \dots или цифрами: $1, 2, 3, \dots$

2. Прямые и кривые линии, произвольно расположенные относительно плоскостей проекций, обозначаются строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, d, \dots

3. Линии, занимающие особое положение, обозначаются:

h – горизонтальная прямая уровня (горизонталь);

f – фронтальная прямая уровня (фронталь);

p – профильная прямая уровня;

x, y, z – оси абсцисс (широт), ординат (глубин) и аппликат (высот);

k – постоянная прямая чертежа (линия преломления).

4. Поверхности (в том числе – плоскости) обозначаются заглавными буквами греческого алфавита: Γ (гамма), Δ (дельта), Θ (тета), Λ (лямбда), Σ (сигма), Ψ (пси), Φ (фи), Π (пи), Ω (омега).

5. Плоскости проекций обозначаются буквой Π с добавлением нижнего индекса:

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций,

Π_2 – фронтальная плоскость проекций,

Π_3 – профильная плоскость проекций.

6. Проекции точек, линий, поверхностей обозначаются теми же буквами или цифрами, что и сами точки, линии, поверхности, но с добавлением нижнего индекса:

$A_1, B_1, \dots; a_1, b_1, \dots; \Delta_1, \Theta_1, \dots$ – горизонтальные проекции;

$A_2, B_2, \dots; a_2, b_2, \dots; \Delta_2, \Theta_2, \dots$ – фронтальные проекции;

$A_3, B_3, \dots; a_3, b_3, \dots; \Delta_3, \Theta_3, \dots$ – профильные проекции.

7. Для обозначения несобственных (бесконечно удаленных) элементов используется верхний индекс ∞ : $A^\infty, m^\infty, \Psi^\infty$.

8. Также используются следующие символы:

\in – принадлежность точки (элемента множества) геометрической фигуре (множеству): $A \in m, B \in \Theta$;

\subset – принадлежность геометрической фигуры (подмножества) данной фигуре (множеству): $m \subset \Sigma, \Delta \supset t$;

\cap – пересечение множеств: $a \cap \Omega, \Delta \cap \Sigma$;

$=$ – совпадение, результат, присвоение: $A_1 = B_1, A = m \cap \Sigma$;

\equiv – тождество: $\Delta_1 \equiv \Pi_1$;

\parallel – параллельность: $a \parallel m, b \parallel \Sigma$;

\perp – перпендикулярность: $t \perp \Phi$;

Если символ перечеркнут наклонной чертой, то это означает отсутствие данного свойства: $A \not\subset m$ (точка A не принадлежит прямой m).